～　流体力学の基礎　～
第7回
流体摩擦および境界層2

OpenFOAM 勉強会 for beginner

2012年05月26日(土)

講習会のスケジュール概要(あくまでも現時点での予定です)

流体力学の基礎		
第 1回目	2011.09	流体について
第 2回目	2011.10	流体静力学
第 3回目	2012.01	流体運動の基礎理論1
第 4回目	2012.02	流体運動の基礎理論2
第 5回目	2012.03	流体運動の基礎理論3
第 6回目	2012.04	流体摩擦および境界層1
第 7回目	**2012.05**	**流体摩擦および境界層2**
第 8回目	2012.06	流体摩擦および境界層3
第 9回目	2012.07	流体抵抗

前回までのお話

- 流体には粘性がある。

  境界層の形成
  エネルギーの損失の発生(摩擦の発生)

- 流体の状態には「層流」、「乱流」およびその中間的な「遷移領域」が存在する。

  層流と乱流では円管内に作用する摩擦係数が大きく異なる。

前回の復習①

ベルヌーイの定理

摩擦損失ヘッド

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+z_2+\boxed{\Delta h_f}$$

ダルシー・ワイズバッハの式

$$\Delta h_f=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

λ:管摩擦係数(無次元)
l:管長、d:管径
v:管内平均流速

管内の摩擦損失ヘッドの基本的な表現

前回の復習②

<u>滑らかな円管の層流での損失ヘッド(ハーゲン・ポワズイユの法則)</u>

Hagen・Poiseuille

$$\Delta h_f = \frac{64}{Re}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \qquad \left(\lambda = \frac{64}{Re}\right)$$

<u>滑らかな円管の乱流での損失ヘッド(損失係数)</u>

① ブラジウスの式 ($Re=3\times10^3 \sim 10^5$)

Blasius

$$\lambda = 0.3164 Re^{-0.25}$$

② プラントル・カルマンの式($Re=3\times10^3 \sim 3\times10^6$)

Prandtl・Karman

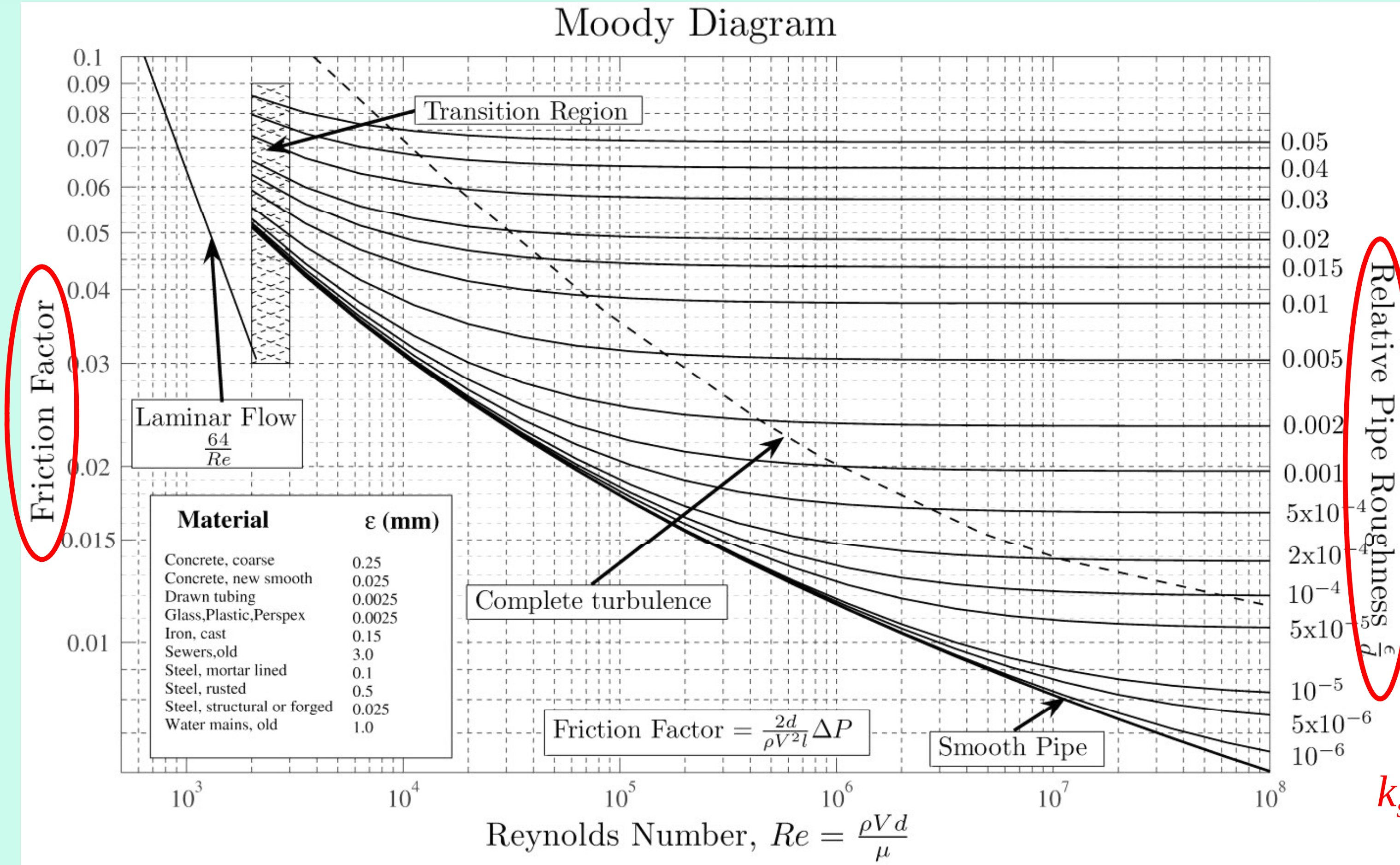
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0\log_{10}\left(Re\sqrt{\lambda}\right) - 0.8$$

など・・・

粗い円管での損失ヘッド (ムーディ線図)

OpenFOAM
勉強会
for beginner

λ



k_s/d

管の表面粗さ(管径で正規化)

※ Wikipediaより

粗さがあっても摩擦低減する (リブレットによる乱流摩擦抵抗低減)

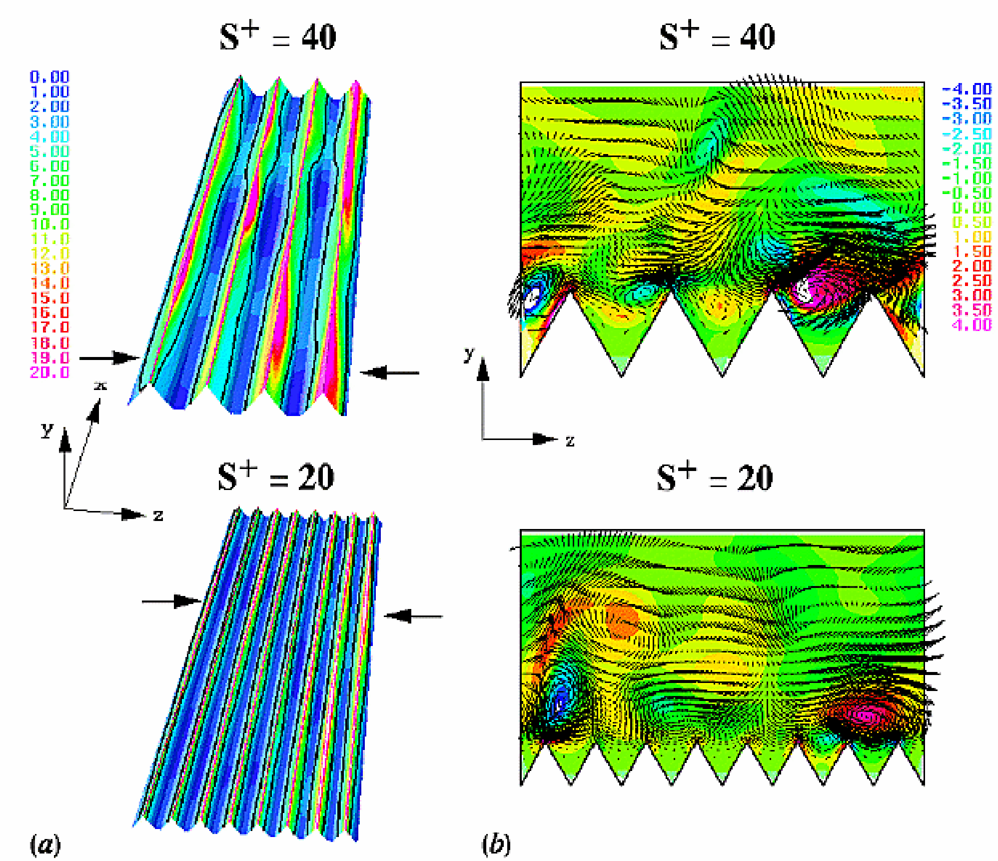


FIGURE 22. Instantaneous flows over the riblets with $\alpha = 60^{\circ}$: (*a*) contours of the wall–shear rate on the riblet surfaces; (*b*) cross–flow velocity vectors (v, w) and contours of the streamwise vorticity in (y, z) planes.

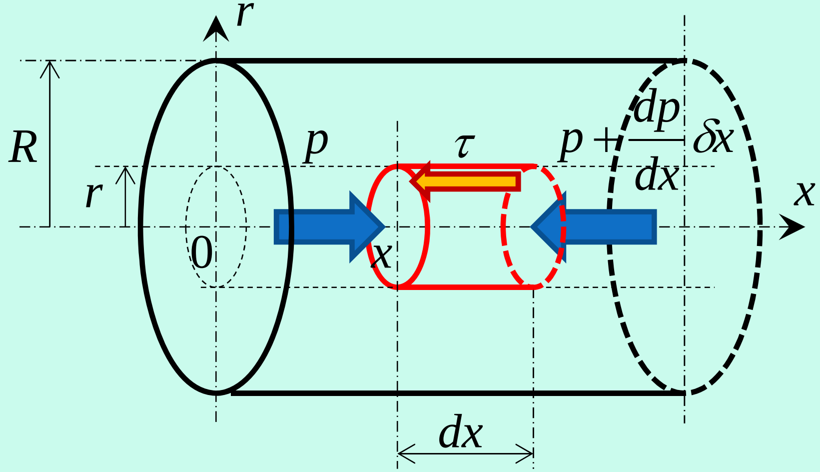
壁面に施された細かい溝(リブレット)が、乱流摩擦の低減効果を有することが知られている。

※ http://www.stanford.edu/group/ctr/gallery/images/006_1.gif

層流における滑らかな円管内の流れ①

OpenFOAM
勉強会
for beginner

右図のように、円管内の微小円筒形要素を考える。この要素に作用には、圧力およびせん断力が作用しており、この釣合いを式に表すと以下のようになる。



$$\underbrace{\left\{p-\left(p+\frac{dp}{dx}\delta p\right)\right\}\pi r^2}_{\text{微小要素に作用する圧力}}=\underbrace{2\pi r\cdot\tau\cdot\delta x}_{\text{微小要素に作用するせん断力}}$$

$$\therefore \tau=-\frac{r}{2}\frac{dp}{dx}$$

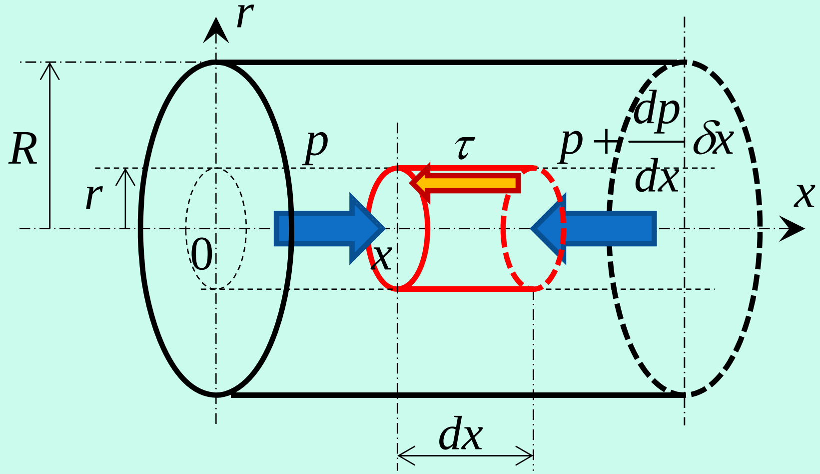
層流における滑らかな円管内の流れ②

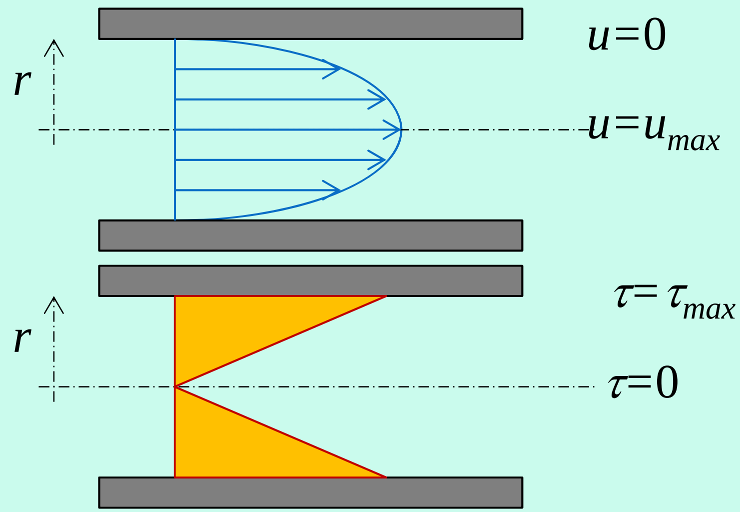
ここで、右図の座標系では、rが大きくなるにつれてuが小さくなるので、du/drは負となる。よって、ここでは、せん断応力τは次のように表される。

$$\therefore \tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

よって、

$$\frac{du}{dr} = \frac{r}{2\mu}\frac{dp}{dx}$$

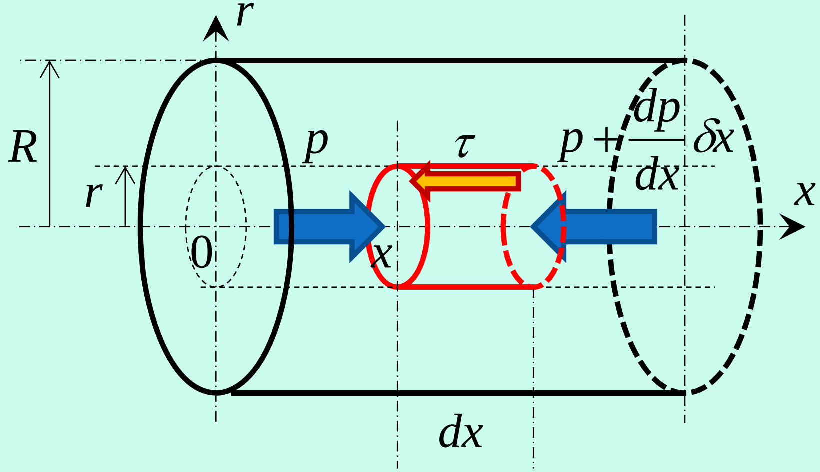




層流における
滑らかな円管内の流れ③

OpenFOAM
勉強会
for beginner

$$\frac{du}{dr} = \frac{r}{2\mu}\frac{dp}{dx}$$



rに関して積分すると、

$$u = \frac{r^2}{4\mu}\frac{dp}{dx} + c$$

$r=R$のとき、$u=0$なので

$$c = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}R^2$$

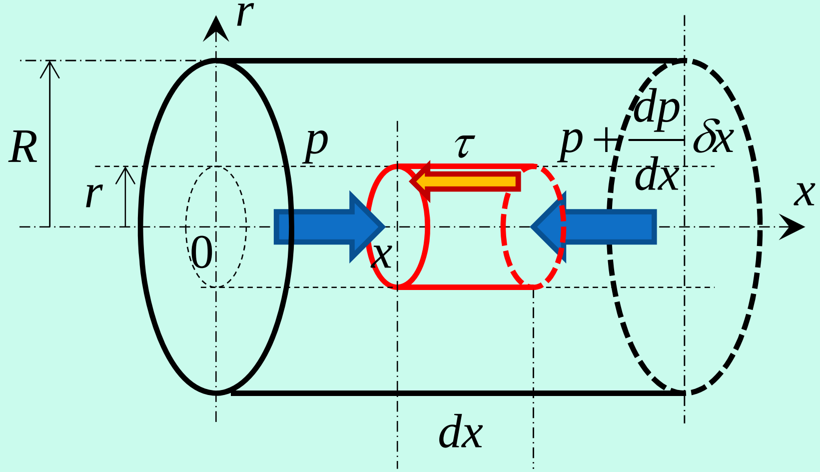
$$\boxed{\therefore u = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}(R^2 - r^2)}$$

層流における滑らかな円管内の流れ④

OpenFOAM
勉強会
for beginner

最大速度(r=0)

$$u_{\max} = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}R^2$$



流量

$$Q = \int_0^R u \cdot (2\pi r)\cdot dr = -\frac{dp}{dx}\frac{\pi R^4}{8\mu}$$

平均流速

$$v = \frac{Q}{A} = -\frac{1}{8\mu}\frac{dp}{dx}R^2 = \frac{u_{\max}}{2}$$

層流中の滑らかな円管内における管摩擦係数①

OpenFOAM
勉強会
for beginner

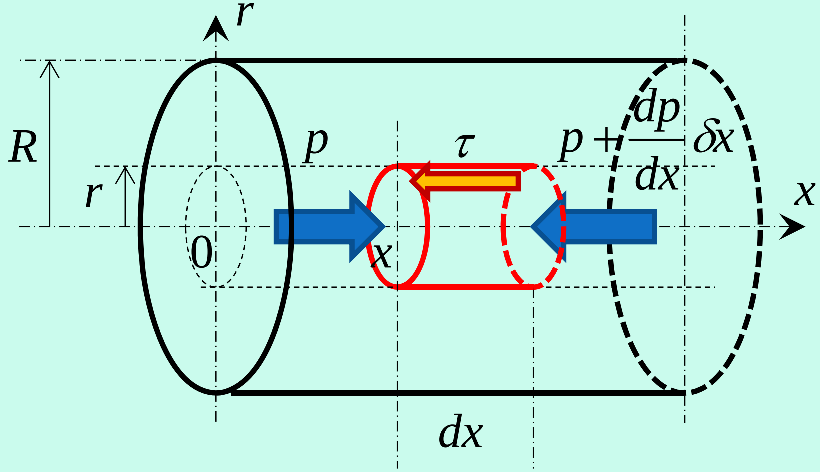
圧力勾配、dp/dx

x方向に流れている場合は、圧力もx方向に沿って降下する。 $\Rightarrow$ $dp/dx<0$。

ここで、管路長lの間の圧力降下をΔpとすると、

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{l} < 0$$

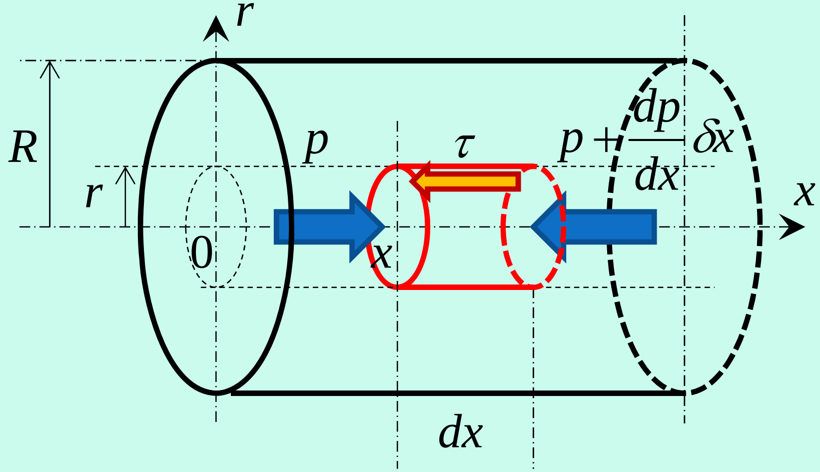
$$\therefore Q = \frac{\Delta p}{l}\frac{\pi R^4}{8\mu}$$



層流中の滑らかな円管内における管摩擦係数②

OpenFOAM
勉強会
for beginner

x方向に流れている場合は、
ここで、管の直径を$d(=R/2)$とすると、



$$Q = \frac{\Delta p}{l}\frac{\pi d^4}{128\mu}$$

$$\Delta p = 128\frac{\mu l}{\pi d^4}Q$$

ここで、$\Delta p=\rho g\Delta h$、$v=4Q/\pi d^2$とすると、

$$\Delta h = \underbrace{\boxed{\frac{64}{\mathrm{Re}}}}_{\lambda}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \qquad \left(\mathrm{Re} = \frac{\rho v d}{\mu}\right) \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}}$$

まとめ

本講座では、以下のことについて説明しました。

- 壁面の祖度が管乱流摩擦抵抗に与える効果を示すムーディ線図を紹介した。
- 層流の管路内流れで、管摩擦抵抗が$64/Re$で表せることを理論的に示した。

次回の予告

OpenFOAM
勉強会
for beginner

次回の流体力学の基礎では、
「流体摩擦および境界層3」と題して講習会を行います。

次回もOpenFOAM勉強会for beginnerの中で行いたいと思います。

本日は、講習会「流体力学の基礎」にお付き合い頂きありがとうございました。