

～ 流体力学の基礎 ～
第5回
流体運動の基礎理論3

OpenFOAM 勉強会 for beginner
2012年03月24日(土)

講習会のスケジュール概要 (あくまでも現時点での予定です)

OpenFOAM
勉強会
for beginner

流体力学の基礎		
第 1回目	2011.09	流体について
第 2回目	2011.10	流体静力学
第 3回目	2012.01	流体運動の基礎理論1
第 4回目	2012.02	流体運動の基礎理論2
第 5回目	2012.03	流体運動の基礎理論3
第 6回目	2012.04	流体摩擦および境界層1
第 7回目	2012.05	流体摩擦および境界層2
第 8回目	2012.06	流体抵抗

前回のお話

OpenFOAM
勉強会
for beginner

前回は、連続の式、ベルヌーイの定理の応用問題を取り上げました。

- (1) 同一管内において、管路の断面積が増大すると、平均流速は低下し、圧力が上昇する。
- (2) 連続の式、ベルヌーイの定理を応用して、ベンチュリ管という流量計測器を設計することができる。
- (3) 連続の式、ベルヌーイの定理を応用して、ピトー管という平均流速計測器を設計することができる。
- (4) 流体の圧力は、場の圧力である静圧、流体の運動エネルギーの圧力換算値である動圧、そして、静圧と動圧を足した全圧と3種類に分類できる。

今回のお話

流体運動の基礎理論3

- ・基本的に前回の続きとなります。
- ・前回は連続の式、ベルヌーイの式を用いた問題を考えましたが、今回は運動量問題に着目します。

流体は物体に力を加えている①

- ・自然災害・・・台風、竜巻、突風
⇒強い風が建物に力を与え、建物を破壊する。
- ・空気抵抗・・・自動車、航空機などの乗り物
⇒空気が乗り物の進行を邪魔することで、空気が進行方向とは逆向きの力を乗り物に加える。
- ・揚力・・・主に航空機
⇒飛行機が前進することで翼に上向きの力が働く。
- ・発電システム・・・風車、タービン
⇒タービン(風車)に流れ(風)がぶつかることで回転力が発生する。

流体は物体に力を加えている②

- ・流体関連振動

⇒ 物体に流れがぶつかって発生する渦(剥離渦)が物体の固有振動数の周波数に近づいた際に、共振現象(ロッキング)を起こし力を発生する。

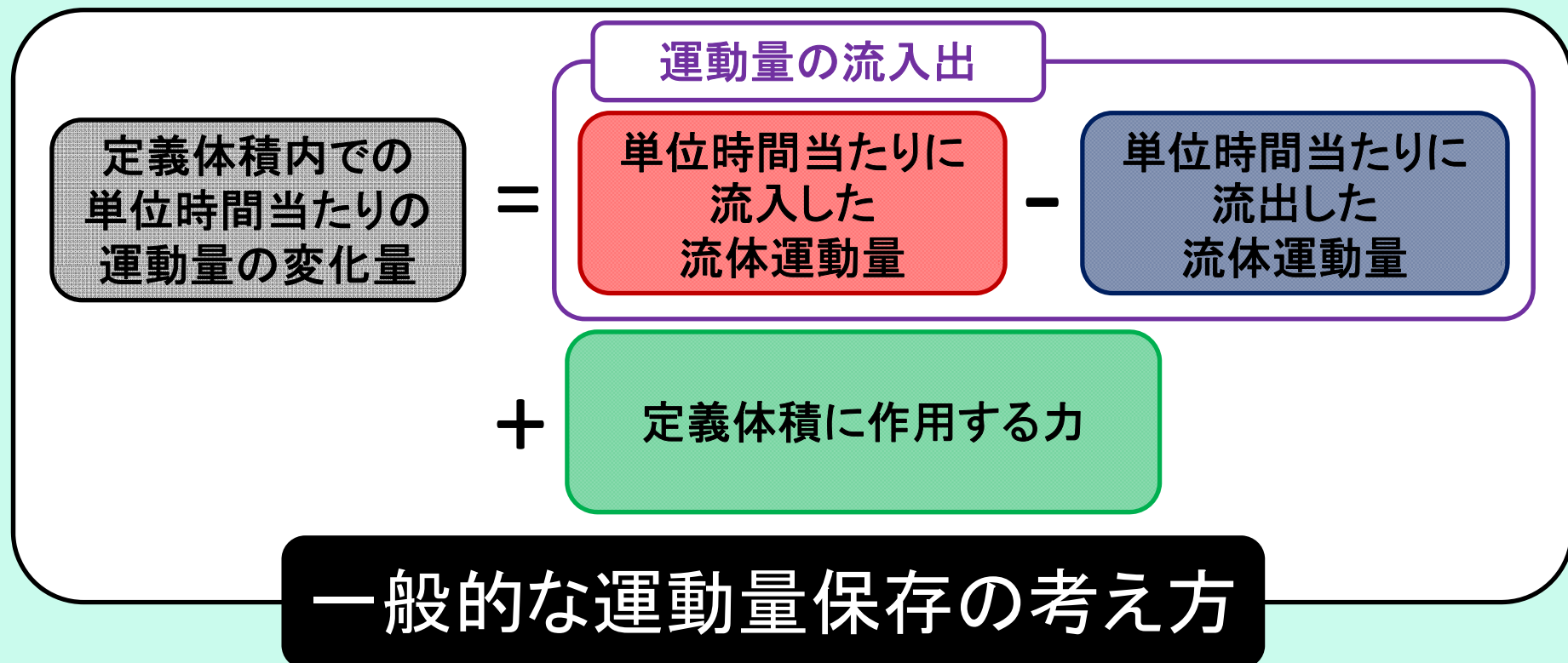
- ・タコマナローズ橋の落下
- ・高速増殖炉もんじゅでのナトリウム漏洩事故



Wikipediaより

流体が物体に与える力の 単純な計算方法

- ・完全流体を仮定する(非粘性、非圧縮性流体の仮定)
- ・定常流を仮定する(流れの時間的な変動はない)
- ・重力の影響を無視



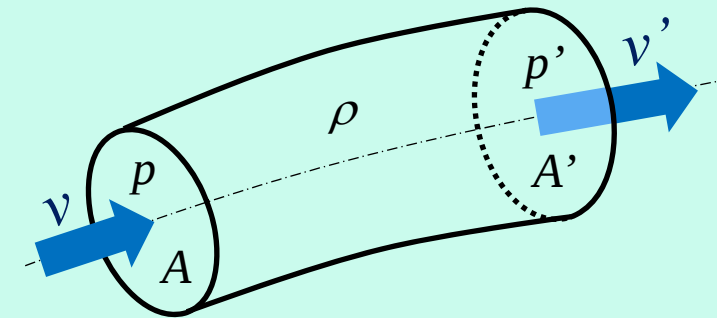
運動量保存: 運動量と力の釣り合い

右図のように流管に囲まれた定義体積を考える。
定義体積における単位時間当たりの
運動量の変化量は0なので、

[運動量の流入出収支]
=[定義体積に作用している力]

ここで、定義体積に作用している力とは
定義体積が静止するために必要な
反作用力 F と考えられるので、

$$F = [\text{運動量の流入出収支}]$$



記号の説明

流管長さ: ds

流管体積: $dV = A ds$

断面	流入面	流出面
圧力	p	p'
流速	v	v'
断面積	A	A'

運動量保存: 運動量の流入出の収支

単位時間あたりに
流入面より流入する流体の運動量

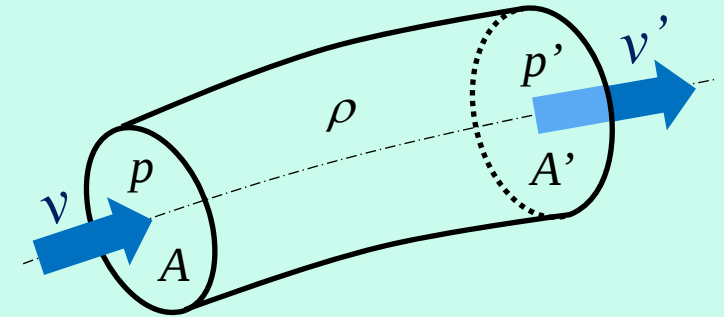
$$\dot{f}_{in} = (\rho v A) \cdot v = \rho v^2 A$$

単位時間あたりに
流出面より流出する流体の運動量

$$\dot{f}_{out} = (\rho v' A') \cdot v' = \rho v'^2 A'$$

$$\dot{f}_{in} - \dot{f}_{out} = \rho(v^2 A - v'^2 A')$$

$$F = \rho(v^2 A - v'^2 A')$$



記号の説明

流管長さ: ds

流管体積: $dV = A ds$

断面	流入面	流出面
圧力	p	p'
流速	v	v'
断面積	A	A'

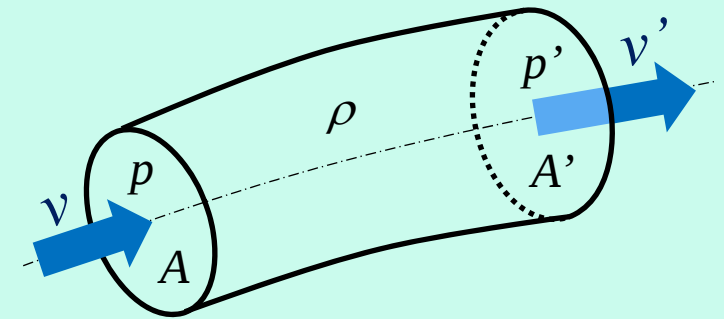
運動量保存: xyz方向

力は方向をもっているので、
xyz成分を用いて表現できる。

$$Fx = \rho(u^2A - u'^2A')$$

$$Fy = \rho(v^2A - v'^2A')$$

$$Fz = \rho(w^2A - w'^2A')$$



記号の説明

流管長さ: ds

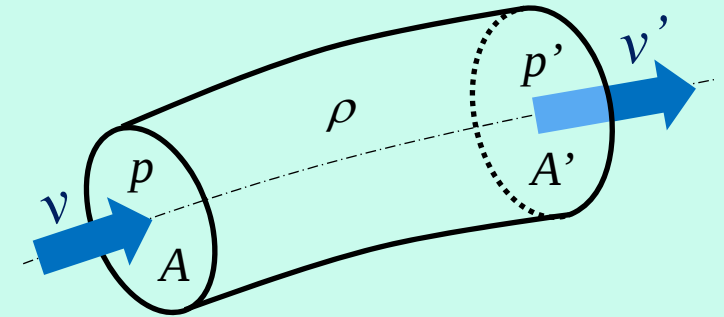
流管体積: $dV = Ads$

断面	流入面	流出面
圧力	p	p'
流速	v	v'
断面積	A	A'

運動量保存: 圧力の影響の考慮

右図のように流管内に圧力差がある
と考えると、

$$F = \rho(v^2A - v'^2A') + (pA - p'A')$$



記号の説明

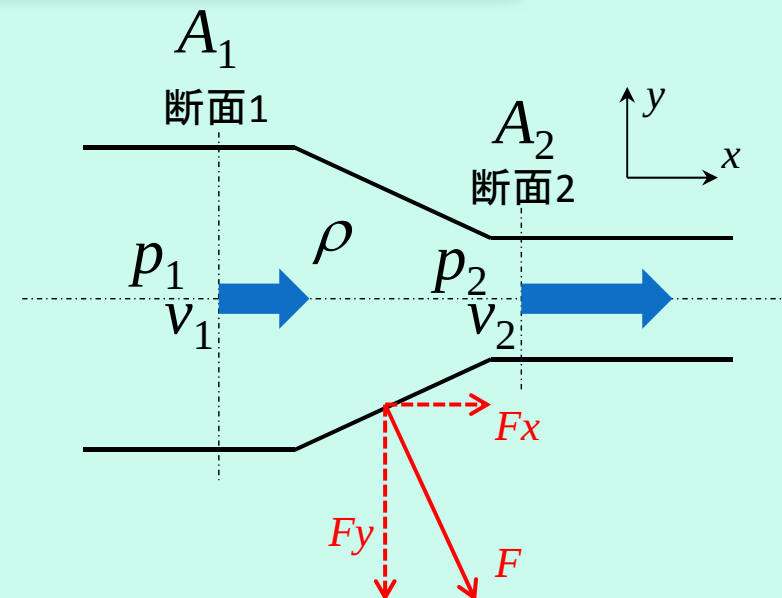
流管長さ: ds

流管体積: $dV = Ads$

断面	流入面	流出面
圧力	p	p'
流速	v	v'
断面積	A	A'

断面が収縮する管に働く力

右図のように断面積が A_1 から A_2 に収縮する管がある。このとき、流速が v_1 から v_2 に、圧力が p_1 から p_2 に変化する場合、管壁のx方向に作用する力はどうのように表すことができるか。
(流体の密度： ρ)



前ページの式にそのまま入れてやればよい。

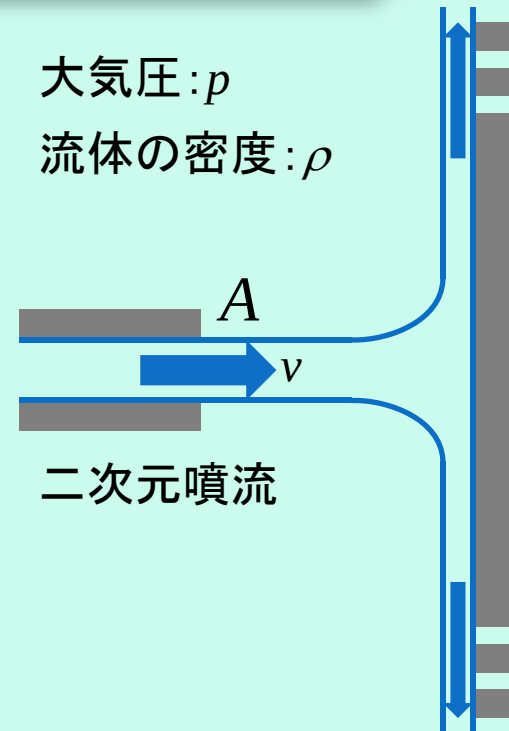
$$\begin{aligned} Fx &= \rho(A_1 v_1^2 - A_2 v_2^2) + (p_1 A_1 - p_2 A_2) \\ &= A_1(\rho v_1^2 + p_1) - A_2(\rho v_2^2 + p_2) \end{aligned}$$

平板に衝突する噴流： 無限に大きい垂直平板の場合

右図のように断面積 A の平行平板間から二次元噴流が速度 v で噴射する。また、無限に大きい平板が噴流の噴射方向に対して垂直に設置されている。

噴流が平板に衝突した際に作用する力 F は、

$$F = \rho A v^2$$



平板に衝突する噴流： 無限に大きい傾斜平板の場合①

右図のように断面積 A の平行平板間から二次元噴流が速度 v で噴射する。また、無限に大きい平板が噴流の噴射方向に対して θ 傾斜して設置されている。

噴流が平板に衝突した際に作用する力 F (右図)は、

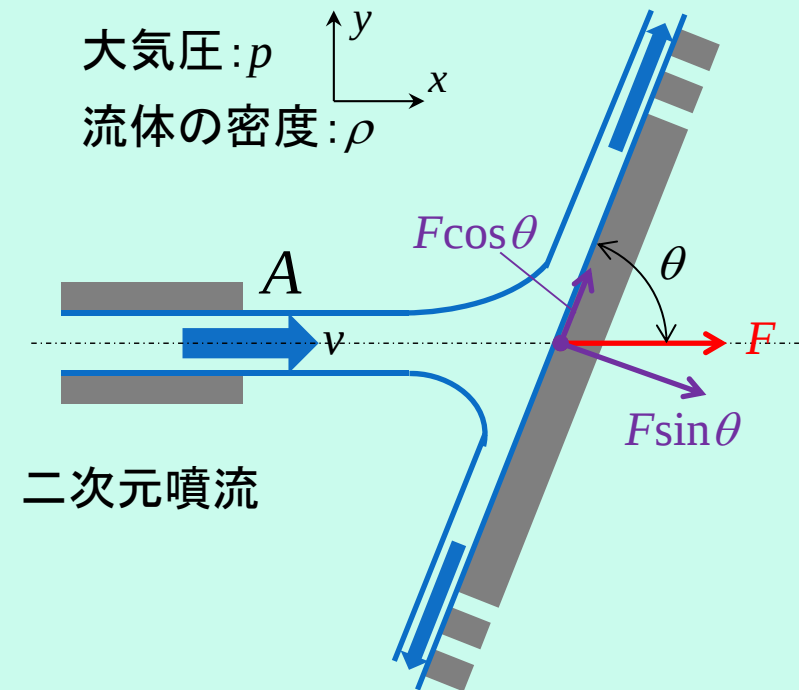
$$F = \rho A v^2$$

平板に対して垂直方向に作用する力 F_n は、

$$F_n = F \sin \theta = \rho A v^2 \sin \theta$$

平板に対して水平方向に作用する力 F_h は、

$$F_h = F \cos \theta = \rho A v^2 \cos \theta$$



平板に衝突する噴流： 無限に大きい傾斜平板の場合②

壁面衝突後、流体の流速は変わらず両方向に $v_1=v$ 、 $v_2=v$ となると考える(右図)。

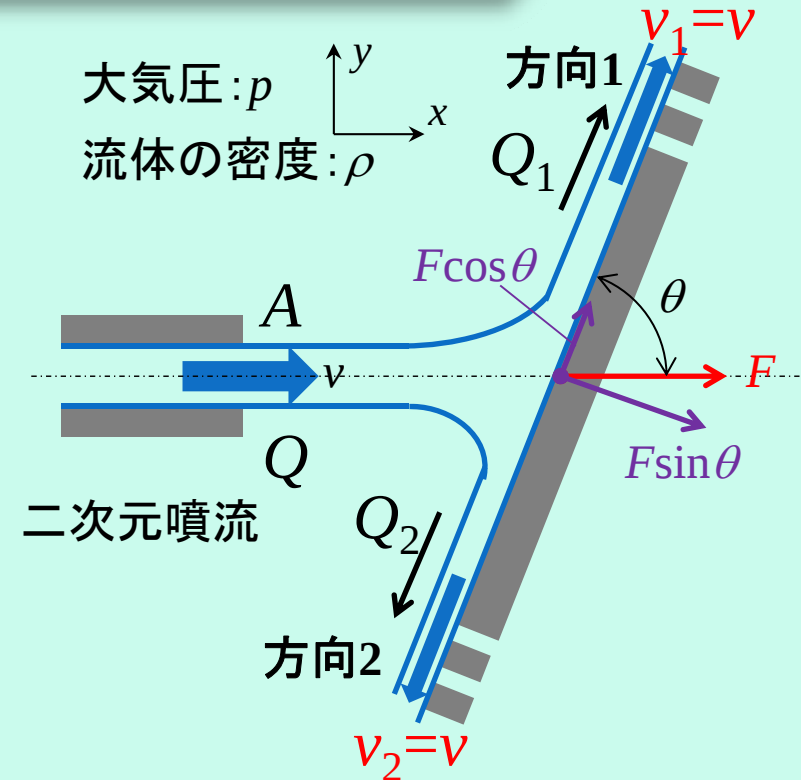
このとき、噴流の流量を $Q(=\rho Av)$ 、壁面衝突後の方向1、方向2の流量を Q_1 、 Q_2 とすると、壁面に水平方向の力の釣合いは次のようになる。

$$F \cos \theta = \rho Q v \cos \theta = \rho Q_1 v - \rho Q_2 v$$

$$\therefore Q \cos \theta = Q_1 - Q_2$$

流量の関係より、

$$\therefore Q = Q_1 + Q_2$$

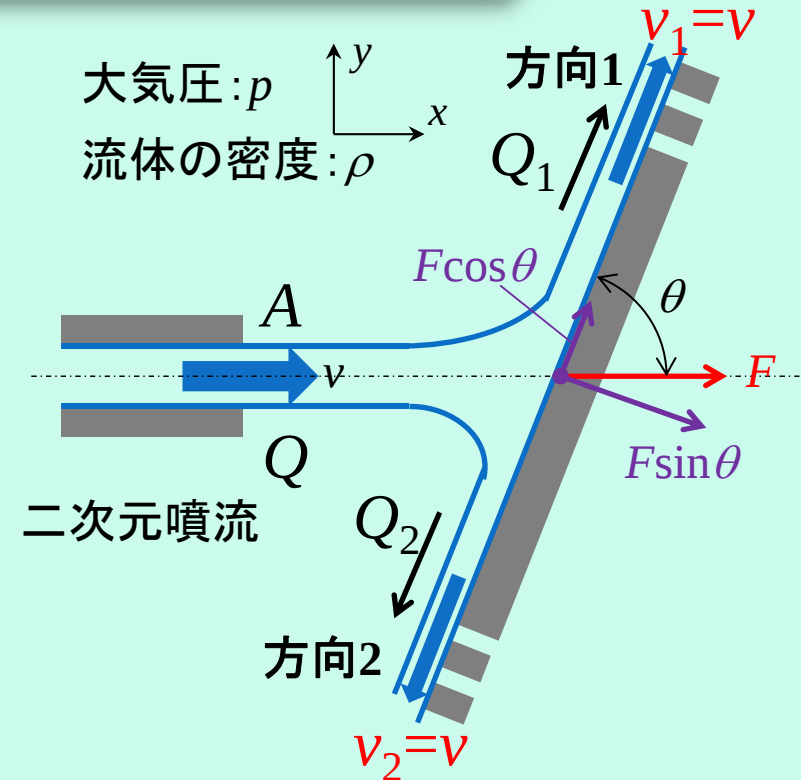


平板に衝突する噴流： 無限に大きい傾斜平板の場合③

$$\begin{cases} Q \cos \theta = Q_1 - Q_2 \\ Q = Q_1 + Q_2 \end{cases}$$

$$\therefore Q_1 = \frac{Q(1 + \cos \theta)}{2}$$

$$\therefore Q_2 = \frac{Q(1 - \cos \theta)}{2}$$



曲面に衝突する噴流①

右図のように断面積 A の平行平板間から二次元噴流が速度 v で噴射する。

噴流は右図のように局面に衝突し、流れが θ 傾いた方向に流出する。

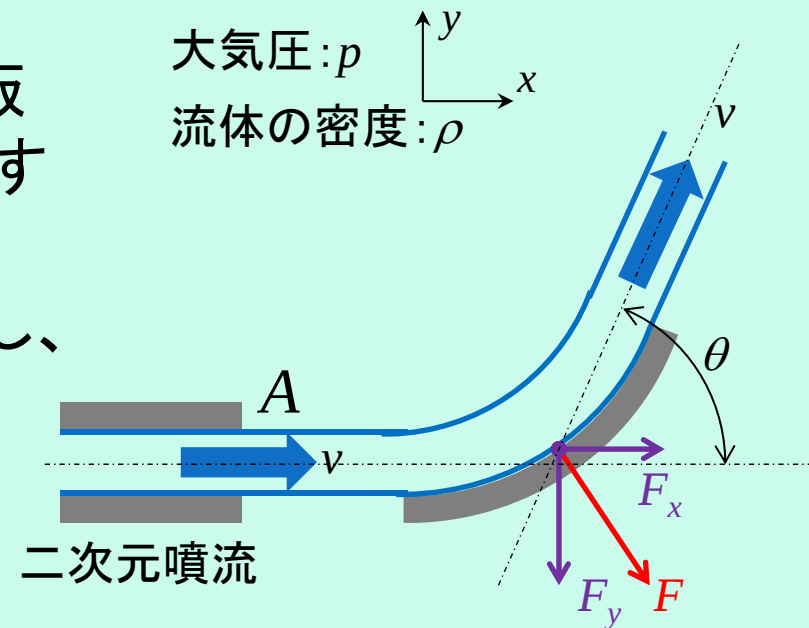
・流れの変化

$$x\text{方向}: v \Rightarrow v \cos \theta$$

$$y\text{方向}: 0 \Rightarrow v \sin \theta$$

・運動量の式

$$\begin{aligned} x\text{方向}: \rho Q(v \cos \theta - v) = -F_x &\Rightarrow F_x = \rho Q v (1 - \cos \theta) \\ y\text{方向}: \rho Q v \sin \theta = -F_y &\Rightarrow \underline{\underline{F_y = -\rho Q v \sin \theta}} \end{aligned}$$



曲面に衝突する噴流②

・合力

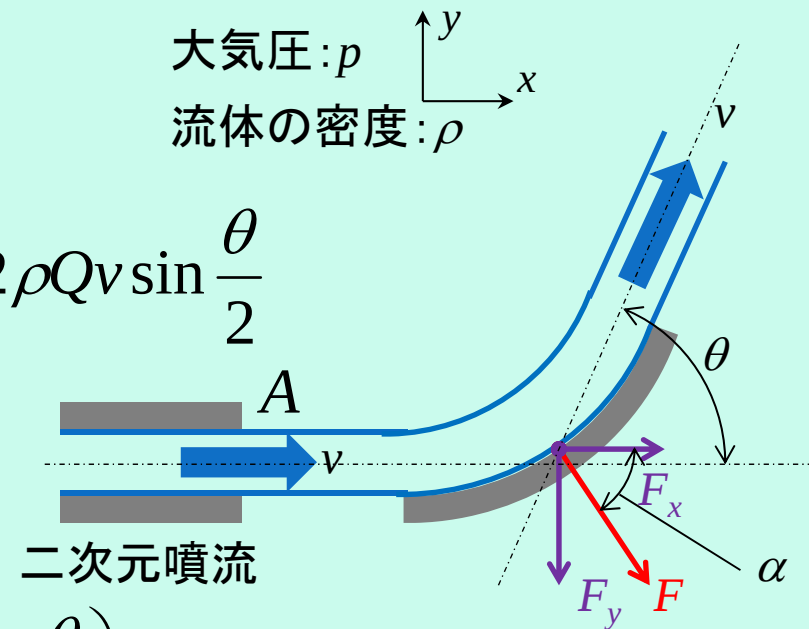
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$= \rho Q v \sqrt{(1 - \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta} = 2 \rho Q v \sin \frac{\theta}{2}$$

・合力が作用する方向(右図の α)

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-\sin \theta}{1 - \cos \theta} = -\tan \left(\frac{\pi - \theta}{2} \right)$$

$$\therefore \alpha = -\frac{\pi - \theta}{2}$$



まとめ

OpenFOAM
勉強会
for beginner

本講座では、運動量の保存関係より物体に作用する力の単純な計算法について説明した。

次回の予告

次回の流体力学の基礎では、
「流体摩擦および境界層1」と題して講習会を行います。

次回もOpenFOAM勉強会for beginnerの中
で行いたいと思います。

本日は、講習会「流体力学の基礎」に
お付き合い頂きありがとうございました。