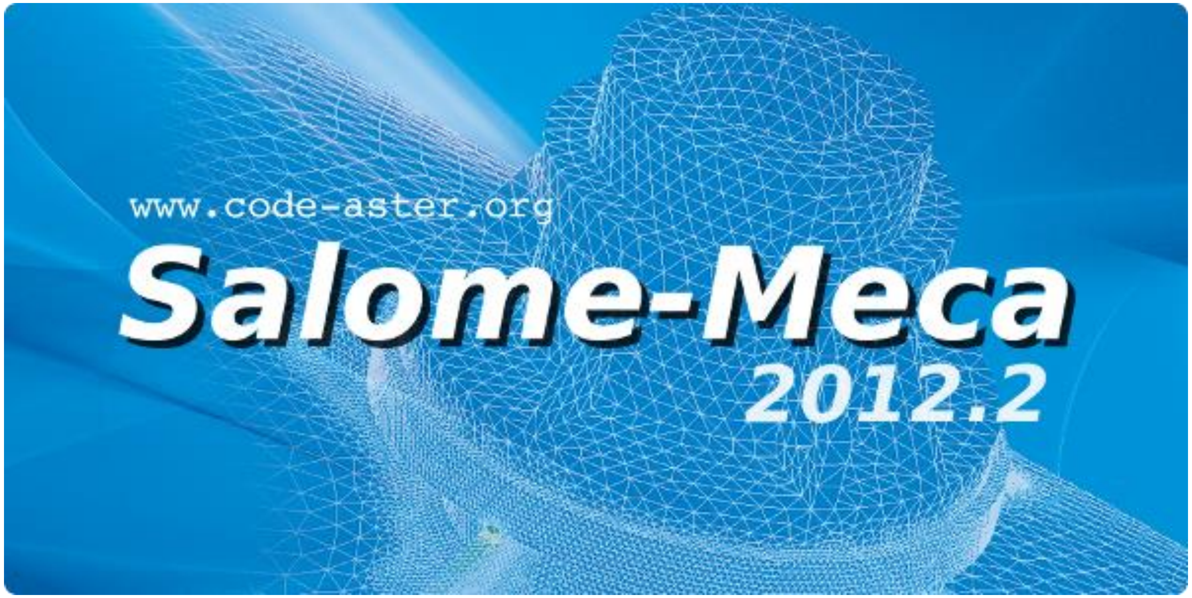
線形動解析



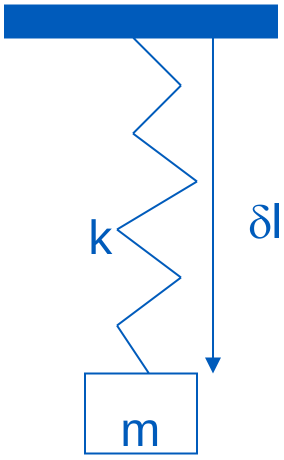
Code_Aster, Salome-Meca course material

概要

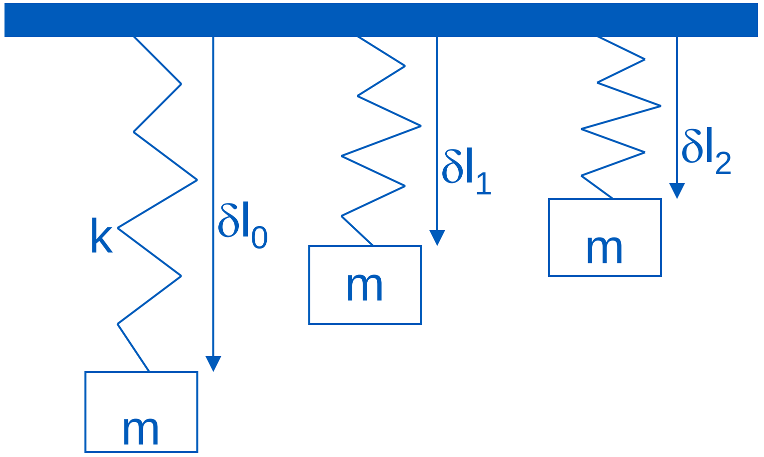
- 動的解析とは何か？ 慣性！
- 固有ベクトルから何がわかるか？
- 過渡解析
- 過渡解析と固有ベクトル
- 周波数応答
- より広い視点
- いくつかのアドバイス
- 参考文献

単純な系: バネ，質点＆重力

- 静的



- 動的



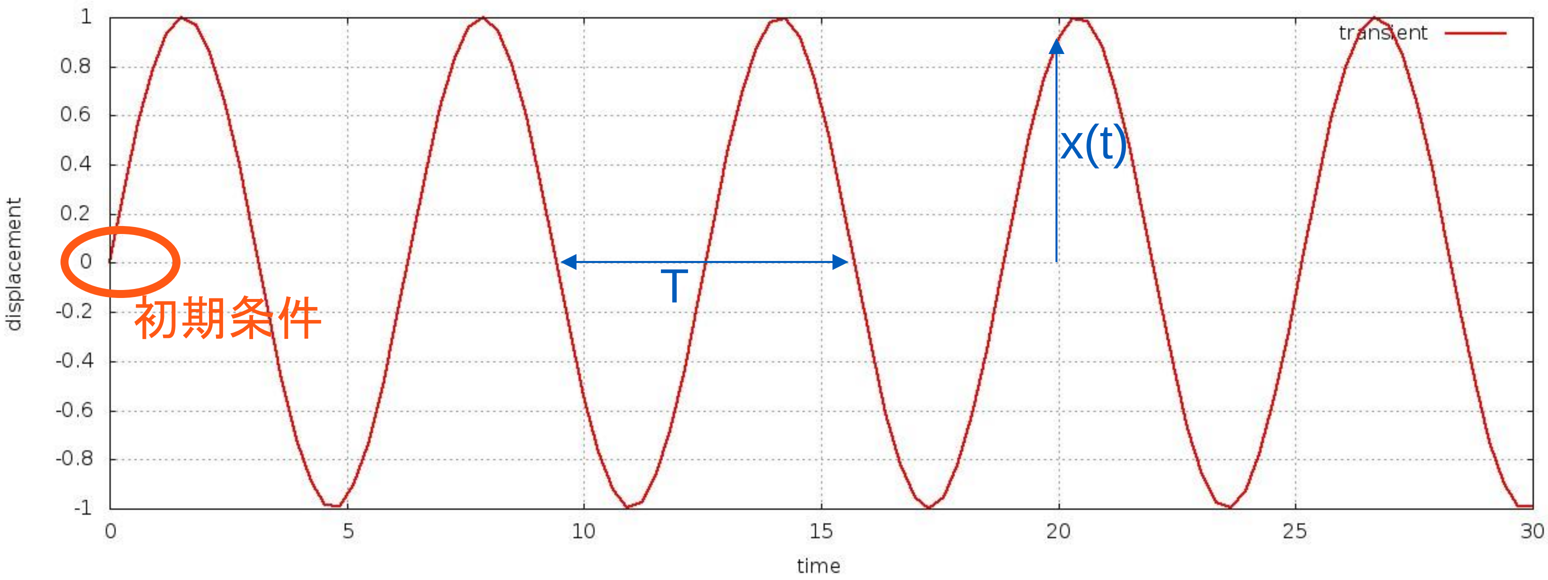
- 1つの静止位置 :
  - ポテンシャルエネルギーを最小化

  $\delta l = mg/k$

- 解は点ではなく，以下の方程式を満たす軌跡 :

$$m\ddot{x} + kx = mg$$

単純な軌跡：表現



- 初期条件
- 固有周期と周波数

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \left(or \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \right)$$

- 個々の系は固有の動的特性を持つ

連続から離散へ：有限要素

- 力学的な系はラグランジアンによって決まる
  - 運動エネルギ– ポテンシャルエネルギ
  - 例：バネ/マス $L = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 - V(x)$
  - *V(x) は機械的なポテンシャル*（重力，弾性力，流体との連成...）
- 軌跡はラグランジアンの作用積分 S を最小化

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x, \dot{x}, t)\,dt$$

- オイラー-ラグランジュ方程式

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)$$

- 離散化

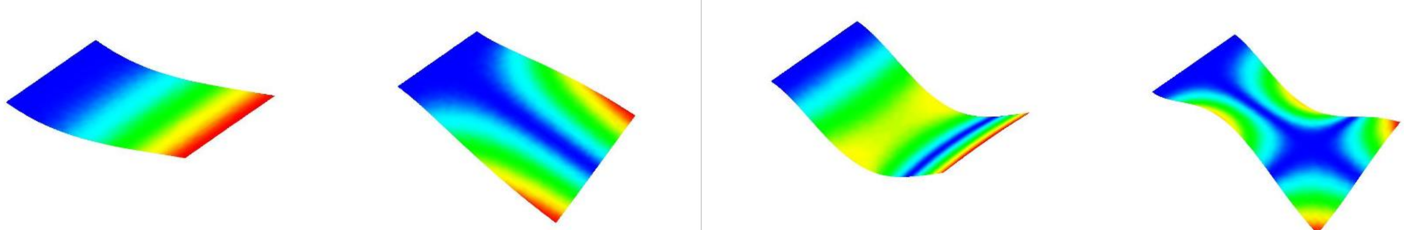
$$M\ \ddot{X} + K\ X = F(t)$$

固有周波数と固有モードとは

- 2つのエネルギ（運動エネルギとポテンシャルエネルギ）間の交換は容易に起こる
- 数学的な記述：

$$-\omega^2 M\phi + K\phi = 0$$

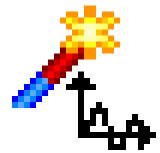
- 境界条件に依存するが外力には依存しない
  - 固有周波数：1秒間の周波数
  - 固有モード（固有ベクトル）：変形形状



33 Hz　141 Hz　206 Hz　460 Hz

Code_Aster による固有モードの求め方

- 最も簡単な方法: <<ウィザード>>



  - グラフィカルインターフェース
  - しかし機能が限られる

- 普通の方法：**MODE_ITER_SIMULT**
  - **多くのオプションが用意されているが，たいがいデフォルトでOK**
    - **低い方から10個の周波数を求めたいとき**

```
modes = MODE_ITER_SIMULT (   MATR_A= matrigi, MATR_B= matmass
                                   CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ= 10) )
```

    - **f1 = 0.0 Hz から f2 = 100.0 Hz までの周波数を求めたいとき**

```
modes = MODE_ITER_SIMULT (   MATR_A= matrigi, MATR_B= matmass,
                             CALC_FREQ=_F(OPTION=BANDE, FREQ= (0.,100.) )
```

- **さらに複雑なスタディ：CALC_MODAL**

有限要素＆簡単な線形代数

剛性と質量マトリクスの作り方

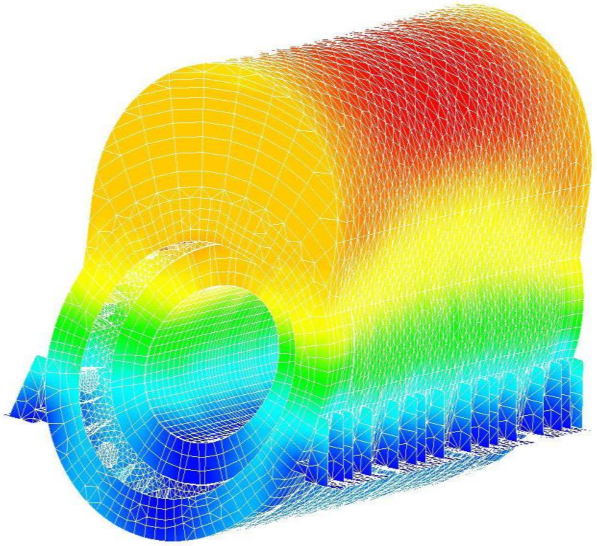
線形動解析

- 質量マトリクス（**matrmass**）と剛性マトリクス（**matrigi**）を構築する必要がある
- 基本コマンド：**MACRO_MATR_ASSE**
- 以下の定義が必要:
  - モデル
  - 材料
  - 境界条件

構文（syntax）

```
MACRO_MATR_ASSE( MODELE= mo, CHARGE= blocag, CHAM_MATER= cmat,
                 NUME_DDL=CO('nddl'),
                 MATR_ASSE= _F(
                         ( MATRICE= CO('matrigi') , OPTION= 'RIGI_MECA' ),
                         ( MATRICE= CO('matmass'), OPTION= 'MASS_MECA' )))
```

出力と結果の可視化



- SALOME_MECA 内
  - アニメーション再生 <<Sweep>>
  - 振幅は任意
- もしくは別のツールを使う: 例えば GMSH

```
IMPR_RESU(      FORMAT='GMSH', UNITE=37,
                RESU=_F(RESULTAT=modes,
                NOM_CHAM='DEPL',
                TYPE_CHAM='VECT_3D', NOM_CMP=('DX','DY','DZ',),),)
```

- 周波数を .resu ファイルに出力

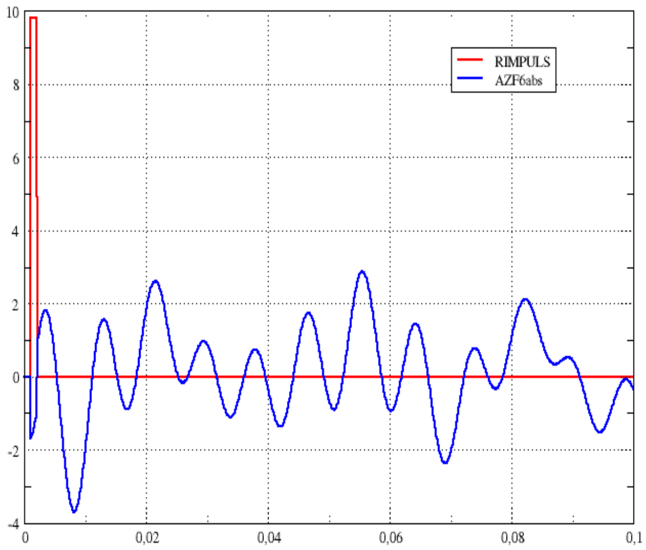
```
IMPR_RESU(      RESU=_F(RESULTAT=modes, TOUT_CHAM='NON', NOM_PARA=('FREQ',)))
```

- 固有モードは単純な変位場

過渡応答解析

- 運動方程式

$$M\ \ddot{X} + C\ \dot{X} + K\ X = F\ \ f(t)$$



- 以下は既知とする
  - M : 質量マトリクス
  - K : 剛性マトリクス
  - C : 減衰マトリクス
  - 外力 F :
    - 定義 : **AFFE_CHAR_MECA**
    - 要素ごとの寄与 : **CALC_VECT_ELEM**
    - 合成 : **ASSE_VECTEUR** （M と K に対する **nddl** と同じ順序）

- **DYNA_LINE_TRAN** (M, K, C, F, f(t)) を使って解く

- 静解析と同じツールを用いてポスト処理
  - **CALC_ELEM, POST_ELEM** …
  - 出力 : **IMPR_RESU**

実用的な観点

コマンドの使い方

- 外力
  - FXELEM = AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MODELE, FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='BOUT', FX=1.0))
  - FXEL = CALC_VECT_ELEM(OPTION='CHAR_MECA', CHARGE=FXELEM, CHAM_MATER=CHMAT)
  - fx = ASSE_VECTEUR(VECT_ELEM=FXEL, NUME_DDL=NUMEDDL,)
- 時間関数
  - FORMULE ：**時間の数学的な表現**
    - **NB : *Code_Aster* での時間は** 'INST'
  - または DEFI_FONCTION ：表形式で定義
  - impuls=DEFI_FONCTION(NOM_PARA='INST',PROL_DROITE='CONSTANT',PROL_GAUCHE='CONSTANT', VALE=(.0,.0, 0.9,.0, 1.0,g, 2.0,g, 2.1,.0,))
- 時間ステップのリスト
  - LINST=DEFI_LIST_REEL(DEBUT=0., INTERVALLE=_F(JUSQU_A=tfin, PAS=pa))
  - CALC_FONC_INTERP ：**計算時間を最適化するための表形式の時間ステップ**
    rimpuls=CALC_FONC_INTERP(FONCTION=IMPULS, LIST_PARA=LINST,)

- 過渡応答解析
  - DLT =DYNA_LINE_TRAN (MATR_MASS=matmass, MATR_RIGI=matrigi,NEWMARK=_F(),
    EXCIT=_F(VECT_ASSE=fx, FONC_MULT=rimpuls,),
    INCREMENT=_F(LIST_INST=LINST))

– 時間ステップの選び方 :
- 系が含む周波数成分
- 入力が含む周波数成分

モーダル過渡応答解析

- なぜ？
  - モード座標は運動の”自然な”記述
  - 解析コスト削減（未知数の数はモードの数に一致）
- どうやって？
  - 問題をモード座標に投影
  - 関連するモードを選択
    - 経験則として，入力が含む最大周波数の2倍以上の固有周波数まで
- どのツール？
  - モード座標に投影
    - MACRO_PROJ_BASE
  - 物理的な変位，速度などに戻す
    - REST_GENE_PHYS
    - RECU_FONCTION(RESU_GENE=...)

構文

- 投影

```
MACRO_PROJ_BASE(BASE=modes,
          MATR_ASSE_GENE=(  _F(MATRICE=CO('maspro'), MATR_ASSE=matmass,),
                            _F(MATRICE=CO('ripro'), MATR_ASSE=matrigi,),
          VECT_ASSE_GENE=(  _F(VECTEUR=CO('fxrpo'), VECT_ASSE=fx)))
```

- 過渡応答解析

```
DTM=DYNA_TRAN_MODAL(      MASS_GENE=maspro, RIGI_GENE=ripro,
                          INCREMENT=_F(INST_FIN=tfin, PAS=pa,),
                          EXCIT=_F(VECT_GENE=fxpro, FONC_MULT=rimpuls))
```

- 物理的な座標系に戻す
  - 自然な方法：

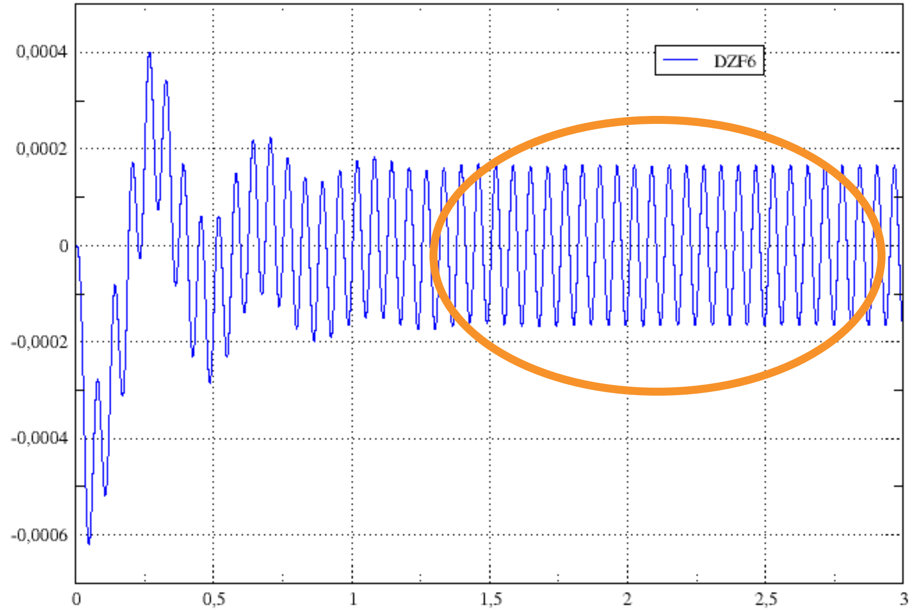
```
REPHYS=REST_GENE_PHYS(RESU_GENE=DTM, NOM_CHAM=('ACCE','DEPL'))
```

    - 計算コストがかかりそう！

  - より効率的に軌跡を求めるには

```
DXOBS=RECU_FONCTION(RESU_GENE=DTM, NOM_CHAM='DEPL', NOM_CMP='DX', GROUP_NO='OBS')
```

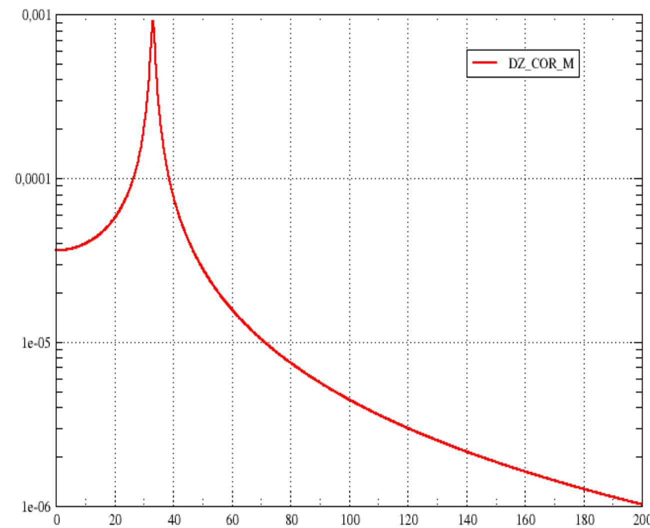
周波数応答解析



- 定常振動の励起と応答だけに着目することはよくある

- フーリエ変換:

$$-\omega^2 M\ X + j\omega\, C\ X + K\ X = Fe^{j\omega t}$$



- 周波数応答
  - **DYNA_LINE_HARM**
    - 直接法またはモーダル法
  - 共鳴

減衰

- モーダル減衰

$$\ddot{\varphi}_i + \xi_i \dot{\varphi}_i + \omega_i^{\,2} \varphi_i = \frac{F_i}{m_i} f(t)$$

  - **DYNA_TRAN_MODAL**
    - **AMOR_REDUIT = 0.01**
  - **DYNA_LINE_TRAN**　構造の固有モードが既知のとき
    - **AMOR_MODAL=_F(MODES=modes, AMOR_REDUIT=0.01)**
- 粘性減衰，質量と剛性の線形和

$$M\ \ddot{X} + C\ \dot{X} + K\ X = F\ f(t) \quad \text{with} \quad C = \alpha\, K + \beta\, M$$

    - **DEFI_MATERIAU** : **AMOR_ALPHA** & **AMOR_BETA**
    - **MACRO_MATR_ASSE (OPTION='AMOR_MECA')** => Matrix C
- 構造(ヒステリシス)減衰

$$-\omega^2 M\ \ddot{X} + (j\eta + 1) K\ X = F e^{j\omega t}$$

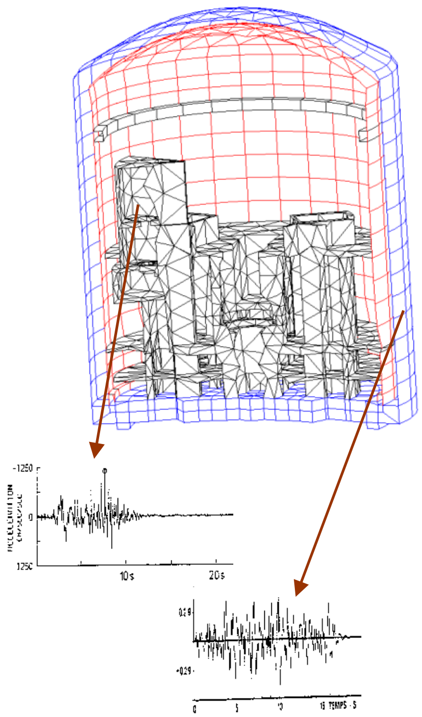
    - 周波数応答解析のみ
    - **MACRO_MATR_ASSE (OPTION='RIGI_MECA_HYST')** => Matrix C
    - 構造減衰が構造中で均一なとき，すべてのノーマルモードに対する一定のモード減衰と等価

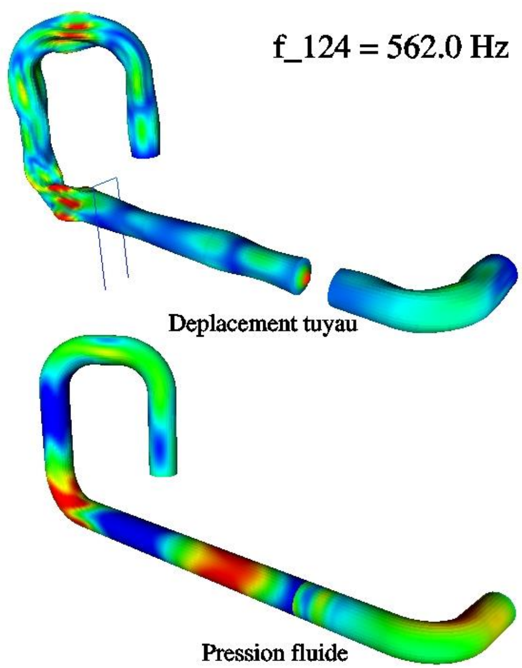
より広い視点

- モード解析の限界
  - 線形の挙動のみ
  - 点接触は使える(**DYNA_TRAN_MODAL** 中で)

- 非線形動解析には
  - **DYNA_NON_LINE**

- 特定のトピック
  - 流体-構造連成
    - ポテンシャル流れ
    - 音波
    - 表面波
  - 確率的
  - 地震解析
  - …





いくつかのアドバイス

- EFICASは有用
  - 正しい構文（しかしモデルの正しさは保証しない！）
  - バージョン間の行き来（書式の変更）
- U2 & U4 ドキュメントを読む
  - （その上，R ドキュメントも）
- Validation testsは（しばしば）良い例
- モード解析は常に出発点
  - 固有周波数
  - FEモデルのチェック
  - 時間ステップ選択の指針

参考文献

- *Mechanical Vibrations - Theory and Application to Structural Dynamics*

M. Géradin, D. Rixen - Wiley

- *Vibration Problems in Engineering*

S. Timoshenko - Wiley

- *Finite Element Analysis with Error Estimators*

J.E. Akin – Elsevier

- *Dynamics of structure*

R.W. Clough, J. Penzien – McGraw-Hill

- http://www.code-aster.org

End of presentation

Is something missing or unclear in this document?
Or feeling happy to have read such a clear tutorial?

Please, we welcome any feedbacks about Code_Aster training materials.
Do not hesitate to share with us your comments on the Code_Aster forum dedicated thread.